Θέματα

Θέμα Α

Στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής **Α1-Α4** να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Α1. Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 4 m/s^2. Αυτό σημαίνει ότι:

α. η μετατόπιση του σώματος από την αρχική του θέση αυξάνεται κατά 4 m σε κάθε δευτερόλεπτο.

β. η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή και ίση με 4 m/s.

γ. η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται κατά 16 m/s σε χρόνο 4 s.

δ. η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται κατά 4 m/s σε κάθε λεπτό. **(5 μονάδες)**

Α2. Λεωφορείο μάζας m_1 και ταχύτητας $υ_1$ συγκρούεται μετωπικά με επιβατικό αυτοκίνητο μάζας m_2 και ταχύτητας $υ_2$. Το λεωφορείο έχει τριπλάσια μάζα και διπλάσια ταχύτητα από το επιβατικό αυτοκίνητο. Αν κατά την σύγκρουση, η δύναμη που ασκεί το λεωφορείο στο αυτοκίνητο είναι $\vec{F}_1$, και η δύναμη που ασκεί το αυτοκίνητο στο λεωφορείο είναι $\vec{F}_2$, τότε για τα μέτρα αυτών των δυνάμεων θα ισχύει :

α. $F_1 = 2F_2$. **β.** $F_1 = 3F_2$. **γ.** $F_1 = 6F_2$ **δ.** $F_1 = F_2$. **(5 μονάδες)**

Α3. Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Η επιτάχυνση του σώματος έχει : **(5 μονάδες)**

α. την ίδια κατεύθυνση με την συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα.

β. αντίθετη κατεύθυνση από την συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα.

γ. την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα του σώματος.

δ. αντίθετη κατεύθυνση από τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος.

Α4. Ένα σώμα μάζας m=2 Kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 5 m/s^2, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ μέτρου F=30 N.

Το έργο της τριβής για την μετατόπιση του σώματος κατά x=10 m είναι:

α. -100 J. **β.** -200 J. **γ.** -300 J. **δ.** 300 J. **(5 μονάδες)**

Α5. Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιο σας κάθε πρόταση που ακολουθεί με την λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, και με την λέξη **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη. **(5 μονάδες)**

α. 1 N είναι η δύναμη η οποία, όταν ασκείται σε σώμα μάζας 1 Kg, τότε αυτό κινείται με ταχύτητα 1 m/s.

β. Στην φύση οι δυνάμεις εμφανίζονται συνήθως κατά ζεύγη, εκτός από κάποιες σπάνιες περιπτώσεις στις οποίες έχουμε την εμφάνιση μίας μόνης δύναμης.

γ. Η επιτάχυνση ενός σώματος, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή επιβραδυνόμενη κίνηση, έχει αντίθετη κατεύθυνση από την μεταβολή της ταχύτητας του.

δ. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια ενός σώματος το οποίο βρίσκεται σε κάποιο ύψος είναι ίση με το έργο της δύναμης που το ανύψωσε.

ε. Το έργο μιας δύναμης είναι μονόμετρο μέγεθος και εκφράζει μεταφορά ενέργειας από ένα σώμα σ' ένα άλλο.

Θέμα Β

Β1. Μέσα σε ειδικό χώρο που έχει αφαιρεθεί ο αέρας, αφήνουμε να πέσει από ύψος H=7,5 m μικρή σφαίρα μάζας m=0,4 Kg. Δίνεται : $g=10\ m/s^2$.

Ι. Κατά την πτώση της σφαίρας η μηχανική της ενέργεια Ε :

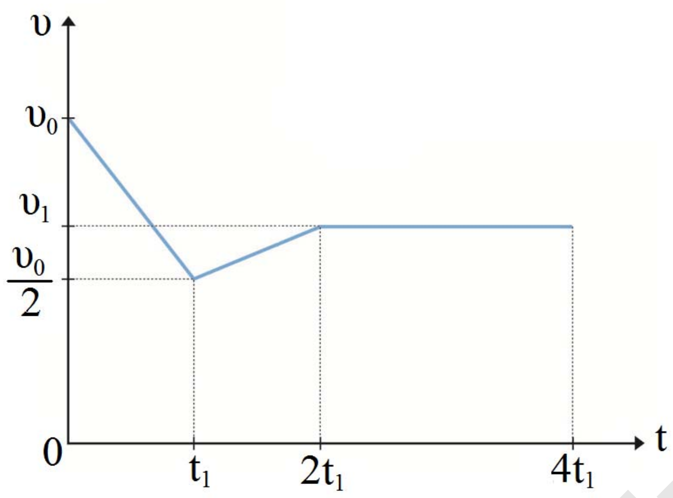
α. αυξάνεται. **β.** μειώνεται. **γ.** παραμένει σταθερή. **(2 μονάδες)**

Ποια είναι η σωστή απάντηση ; Να την δικαιολογήσετε. **(4 μονάδες)**

ΙΙ. Έστω y η κατακόρυφη απόσταση της σφαίρας από το σημείο πτώσης. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα. **(6 μονάδες)**

y (m)	U (J)	K (J)	E (J)
0			
2			
4,5			
7,5			

Β2. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και η ταχύτητα του μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



I. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα. **(2 μονάδες)**

	$0 \to t_1$	$t_1 \to 2t_1$	$2t_1 \to 4t_1$
Είδος κίνησης			

Να συμπληρώσετε τα κενά. **(2 μονάδες)**

Από την χρονική στιγμή t_1 ως την χρονική στιγμή $2t_1$:

Το εμβαδό μεταξύ της ευθείας και του άξονα των χρόνων ισούται με το ………………… που ………………… το σώμα. Η κλίση της ευθείας ισούται με την …………………… του σώματος.

II. Έστω $α_1$, $α_2$ τα μέτρα των επιταχύνσεων του αυτοκινήτου στα χρονικά διαστήματα από $0 \to t_1$ και $t_1 \to 2t_1$ αντίστοιχα. Αν το αυτοκίνητο διανύει ίσα διαστήματα στους χρόνους από $0 \to 2t_1$ και $2t_1 \to 4t_1$, τότε θα ισχύει :

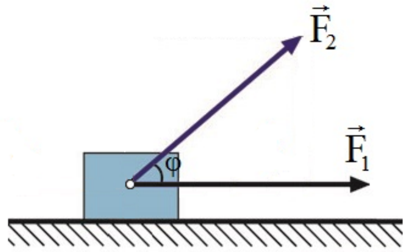
α. $α_1 = 2α_2$. **β.** $α_1 = 3α_2$. **γ.** $α_1 = 4α_2$. **(2 μονάδες)**

Ποια είναι η σωστή απάντηση ; Να την δικαιολογήσετε. **(7 μονάδες)**

Θέμα Γ

Σώμα μάζας m=2 Kg βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις όπως φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη $\vec{F}_1$ είναι οριζόντια και το μέτρο της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την μετατόπιση x σύμφωνα με την σχέση $F_1 = 40 - 2x$ S.I., ενώ η δύναμη $\vec{F}_2$

σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο με φορά προς τα επάνω και έχει μέτρο F_2=20 N. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι μ=0,5. Οι δύο δυνάμεις έχουν φορά προς τα δεξιά.



Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα, υπό την επίδραση των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, θα κινηθεί.

(6 μονάδες)

Γ2. Να βρείτε την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα μέχρι να μετατοπισθεί κατά x=2 m.

(6 μονάδες)

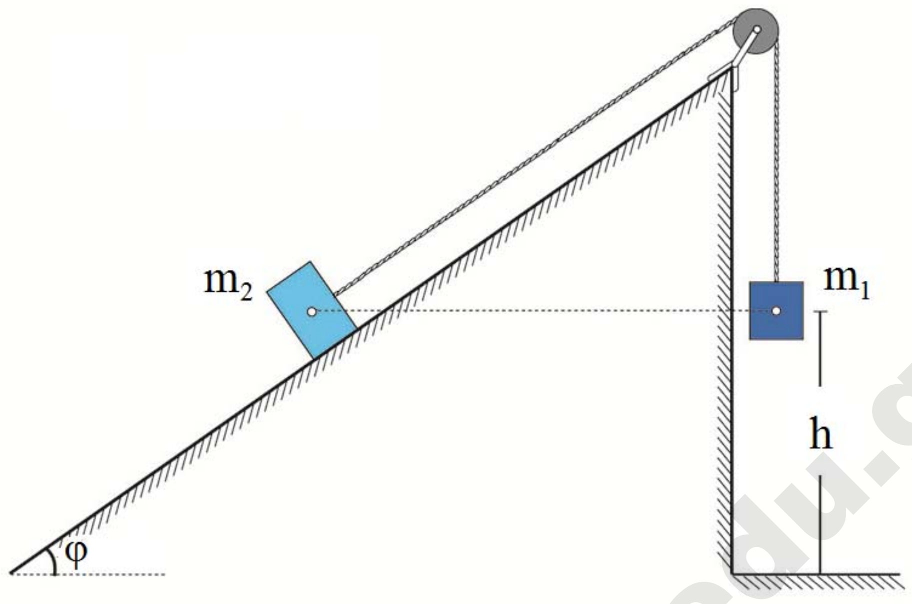
Γ3. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος, όταν έχει μετατοπισθεί κατά x=2 m. **(6 μονάδες)**

Γ4. Να βρείτε την μέγιστη ταχύτητα του σώματος. Παράλληλα να εξετάσετε αν κάποια στιγμή το σώμα θα σταματήσει. **(7 μονάδες)**

Δίνονται: g=10 m/s^2, ημφ=0,6, συνφ=0,8 και $\sqrt{676}=26$. Αν κάποια στιγμή το σώμα σταματά να θεωρήσετε ότι εκείνη την στιγμή οι δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ καταργούνται.

Θέμα Δ

Δύο σώματα με μάζες m_1=6 Kg και m_2=4 Kg είναι δεμένα στα ελεύθερα άκρα αβαρούς σκοινιού. Το σκοινί αυτό είναι περασμένο σε αβαρή τροχαλία η οποία είναι τοποθετημένη στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ=30^0. Το σώμα μάζας m_2 βρίσκεται στο κεκλιμένο επίπεδο, ενώ το σώμα μάζας m_1 κρέμεται κατακόρυφα από το άλλο άκρο του σκοινιού. Το σώμα μάζας m_1 βρίσκεται σε ύψος h=38 m από το έδαφος. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος μάζας m_2 και του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=\frac{\sqrt{3}}{6}$. Αρχικά συγκρατούμε τα δύο σώματα έτσι ώστε τα κέντρα τους να βρίσκονται στην ίδια ευθεία όπως φαίνεται στο σχήμα. Αφήσουμε τα σώματα ελεύθερα να κινηθούν με αποτέλεσμα το σώμα μάζας m_1 να κινηθεί προς τα κάτω.



Δ1. Να βρείτε την επιτάχυνση του κάθε σώματος. **(6 μονάδες)**

Δ2. Αν επιθυμούσαμε να μετατρέψουμε την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση κάθε σώματος σε ευθύγραμμη ομαλή, να βρείτε το μέτρο της κάθετης στο κεκλιμένο επίπεδο δύναμης $\vec{F}$ που θα έπρεπε τότε να ασκήσουμε στο σώμα μάζας m_2. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει φορά προς τα κάτω.

Δ3. Μετά από πόσο χρόνο από την στιγμή που τα σώματα m_1 και m_2 αφέθηκαν ελεύθερα θα απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση ίση με d=9 m ; **(6 μονάδες)**

Δ4. Την χρονική στιγμή που τα σώματα m_1 και m_2 απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση d, κόβουμε το σκοινί. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 την χρονική στιγμή που το σώμα μάζας m_1 φτάνει στο έδαφος. **(7 μονάδες)**

Δίνονται : $g=10\ m/s^2$, $ημ30^0 = \frac{1}{2}$, $συν30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sqrt{676} = 26$.

Δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ του σκοινιού και της τροχαλίας.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !

Απαντήσεις

Θέμα Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** α **Α4.** β

Α5. **α.** Λάθος **β.** Λάθος **γ.** Λάθος **δ.** Σωστό **ε.** Σωστό

Θέμα Β

Β1. Ι. Σωστό είναι το **γ.**

Κατά την πτώση της μικρής σφαίρας, η μοναδική δύναμη που δρα σε αυτή είναι το βάρος της. Άρα σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, αφού η σφαίρα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους της, η μηχανική της ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή.

ΙΙ. Έστω h, το ύψος στο οποίο η σφαίρα βρίσκεται από το έδαφος όταν η κατακόρυφη απόσταση της από το σημείο πτώσης είναι y. Είναι φανερό ότι θα ισχύει : $h=H-y \Leftrightarrow \boxed{h=7{,}5-y}$

- **Όταν η σφαίρα αφήνεται να πέσει ελεύθερα (δηλαδή y=0) έχει :**

Δυναμική ενέργεια : $U=mgH=0{,}4\cdot 10\cdot 7{,}5\ J \Leftrightarrow \boxed{U=30\ J}$.

Κινητική ενέργεια : $\boxed{K=0}$. **Μηχανική ενέργεια :** $E=K+U=0+30\ J \Leftrightarrow \boxed{E=30\ J=σταθ}$

Ο υπόλοιπος πίνακας συμπληρώνεται παρακάτω.

y (m)	h (m) $h=7{,}5-y$	U (J) $U=mgh$	K (J) $K=E-U$	E (J) $E=σταθ.$
2	**5,5**	**22**	**8**	**30**
4,5	**3**	**12**	**18**	**30**
7,5	**0**	**0**	**30**	**30**

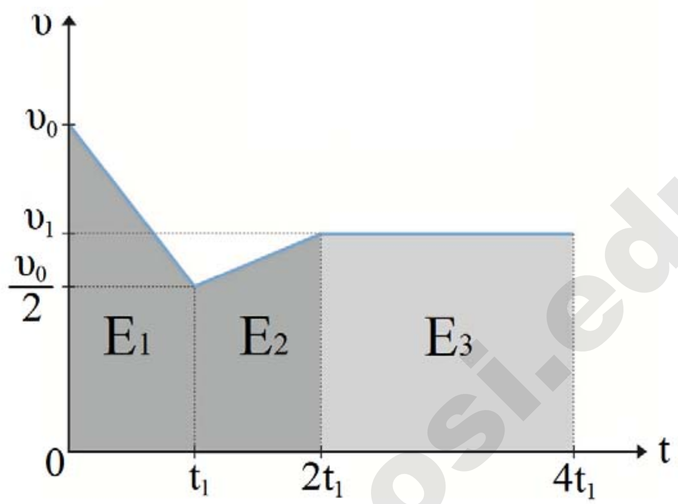
Β2.

	$0\to t_1$	$t_1\to 2t_1$	$2t_1\to 4t_1$
Είδος κίνησης	**Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη**	**Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**	**Ευθύγραμμη ομαλή**

Συμπλήρωση κενών : **διάστημα, διανύει, επιτάχυνση.**

ΙΙ. Σωστό είναι το **β.**

Έστω s_1, s_2 τα διαστήματα που διανύει το αυτοκίνητο στα χρονικά διαστήματα από $0 \to 2t_1$ και $2t_1 \to 4t_1$ αντίστοιχα.



Έχουμε : $s_1 = s_2 \Leftrightarrow E_1 + E_2 = E_3 \Leftrightarrow \dfrac{\left(\upsilon_0 + \dfrac{\upsilon_0}{2}\right)t_1}{2} + \dfrac{\left(\upsilon_1 + \dfrac{\upsilon_0}{2}\right)t_1}{2} = \upsilon_1 \cdot 2t_1 \Leftrightarrow \upsilon_0 + \dfrac{\upsilon_0}{2} + \upsilon_1 + \dfrac{\upsilon_0}{2} = 4\upsilon_1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \upsilon_0 + \upsilon_0 + \upsilon_1 = 4\upsilon_1 \Leftrightarrow 2\upsilon_0 = 3\upsilon_1 \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_1 = \dfrac{2\upsilon_0}{3}}$ (1)

$\alpha_1 =$ κλίση της ευθείας$= \dfrac{|\Delta\upsilon|}{\Delta t} = \dfrac{|\upsilon_{τελ} - \upsilon_{αρχ}|}{t_{τελ} - t_{αρχ}} = \dfrac{\left|\dfrac{\upsilon_0}{2} - \upsilon_0\right|}{t_1 - 0} = \dfrac{\dfrac{\upsilon_0}{2}}{t_1} \Leftrightarrow \boxed{\alpha_1 = \dfrac{\upsilon_0}{2t_1}}$ (2)

$\alpha_2 =$ κλίση της ευθείας$= \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{\upsilon_{τελ} - \upsilon_{αρχ}}{t_{τελ} - t_{αρχ}} = \dfrac{\upsilon_1 - \dfrac{\upsilon_0}{2}}{2t_1 - t_1} \overset{(1)}{=} \dfrac{\dfrac{2\upsilon_0}{3} - \dfrac{\upsilon_0}{2}}{t_1} = \dfrac{\dfrac{\upsilon_0}{6}}{t_1} \Leftrightarrow \boxed{\alpha_2 = \dfrac{\upsilon_0}{6t_1}}$ (3)

$\dfrac{(2)}{(3)} \Leftrightarrow \dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} = \dfrac{\dfrac{\upsilon_0}{2t_1}}{\dfrac{\upsilon_0}{6t_1}} = \dfrac{\upsilon_0 \cdot 6t_1}{2t_1 \cdot \upsilon_0} = 3 \Leftrightarrow \boxed{\alpha_1 = 3\alpha_2}$.

Θέμα Γ

Γ1. Στο σώμα, εκτός από τις δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ασκούνται το βάρος του $\vec{w}$ και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ η οποία ασκείται από το οριζόντιο επίπεδο στο σώμα.

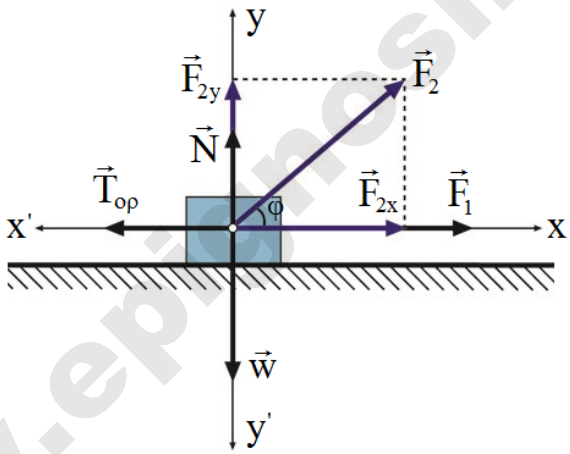
Αναλύουμε την δύναμη $\vec{F}_2$ σε συνιστώσες.

Έχουμε : $F_{2x} = F_2 συνφ = 20 \cdot 0{,}8\ N \Leftrightarrow \boxed{F_{2x} = 16\ N}$ και $F_{2y} = F_2 ημφ = 20 \cdot 0{,}6\ N \Leftrightarrow \boxed{F_{2y} = 12\ N}$

Το σώμα υπό την επίδραση των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_{2x}$ τείνει να κινηθεί προς τα δεξιά.

Έστω $\vec{T}_{ορ}$, η οριακή τριβή, την οποία θεωρούμε ίση με την τριβή ολίσθησης $\vec{T}$.

- **Για να κινηθεί το σώμα πρέπει :** $\left.\begin{matrix} F_{2x}+F_1>T_{ορ} \\ T_{ορ}=T \end{matrix}\right\} \boxed{F_{2x}+F_1>T}$.



$$\left.\begin{matrix} F_1=40-2x \\ \text{Το σώμα είναι ακίνητο : } x=0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \boxed{F_1 = 40\ N}$$

Στον άξονα yy΄ το σώμα είναι ακίνητο. Άρα σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα θα έχουμε :

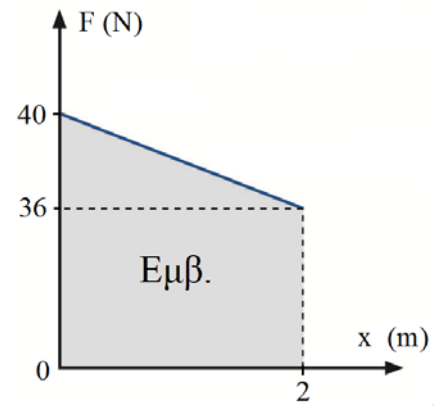
$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N + F_{2y} - w = 0 \Leftrightarrow N = w - F_{2y} = mg - F_{2y} = (2 \cdot 10 - 12)\ N \Leftrightarrow \boxed{N = 8\ N}$.

$T = \mu N \Leftrightarrow T = 0{,}5 \cdot 8\ N \Leftrightarrow \boxed{T = 4\ N}$.

- **Παρατηρούμε ότι :** $F_{2x} + F_1 = (40+16)\ N = 56\ N > T$. **Άρα το σώμα θα κινηθεί.**

Γ2. **Η ενέργεια Ε που προσφέρεται στο σώμα μέχρι να μετατοπισθεί κατά x_1=2 m ισούται με το συνολικό έργο των δυνάμεων** $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$**.**

Το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}_1$ μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την μετατόπιση x σύμφωνα με την σχέση $F_1 = 40 - 2x$ S.I. Σχεδιάζουμε λοιπόν τη γραφική παράσταση της δύναμης $\vec{F}_1$ συναρτήσει της μετατόπισης, από $x=0 \rightarrow 2$ m



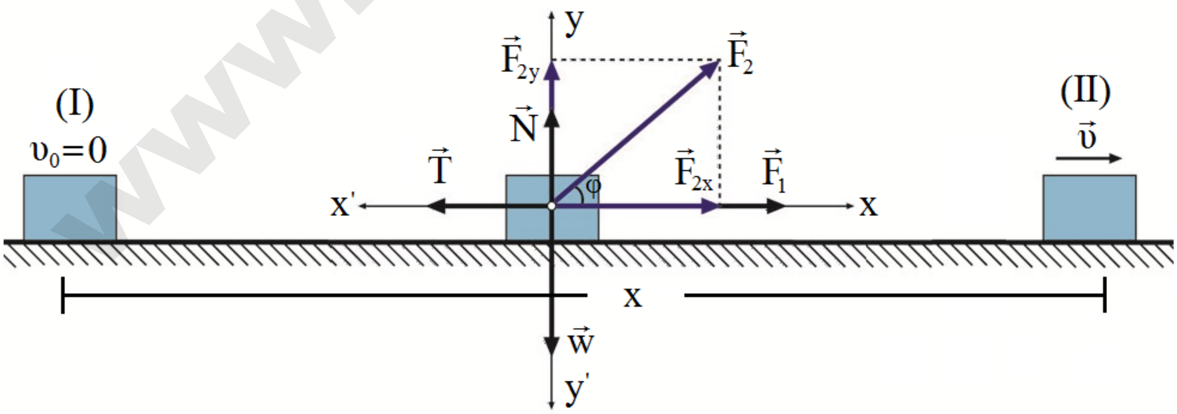
$$W_{F_1} = Εμβ. = \frac{(40+36)\cdot 2}{2}\ J \Leftrightarrow \boxed{W_{F_1} = 76\ J}$$

Έστω θ η γωνία που σχηματίζει κάθε δύναμη με την μετατόπιση.

$$\left.\begin{matrix} W_{F_2} = F_2 \cdot x \cdot συνθ \\ θ=φ \end{matrix}\right] \Leftrightarrow W_{F_2} = F_2 \cdot x \cdot συνφ = 20 \cdot 2 \cdot 0{,}8\ J \Leftrightarrow \boxed{W_{F_2} = 32\ J}.$$

- **Άρα :** $E = W_{F_1} + W_{F_2} = (76+32)\ J \Leftrightarrow \boxed{E=108\ J}$.

Γ3.



Οι δυνάμεις N και w είναι κάθετες στην μετατόπιση του σώματος. Άρα $θ=90^0$.

$$\left.\begin{matrix} W_N = N \cdot x \cdot συνθ \\ θ=90^0 \end{matrix}\right] \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} W_N = N \cdot x \cdot συν90^0 \\ συν90^0 = 0 \end{matrix}\right] \Leftrightarrow \boxed{W_N = 0}.\quad Ομοίως : \boxed{W_w = 0}.$$

Η τριβή ολίσθησης Τ έχει αντίθετη κατεύθυνση από την μετατόπιση του σώματος. Άρα $\theta=180^0$.

$$\left.\begin{array}{r} W_T=T\cdot x\cdot \sigma\upsilon\nu\theta \\ \theta=180^0 \end{array}\right] \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} W_T = T\cdot x\cdot \sigma\upsilon\nu 180^0 \\ \sigma\upsilon\nu 180^0 = -1 \end{array}\right] \Leftrightarrow W_T = -T\cdot x = -4\cdot 2 \text{ J} \Leftrightarrow \boxed{W_T = -8\text{ J}}.$$

- **Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από την θέση Ι στη θέση ΙΙ.**

$$\Delta K = W_{o\lambda} \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Leftrightarrow K_{(II)} - K_{(I)} = W_N + W_w + W_{F_2} + W_{F_1} + W_T \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = 0 + 0 + W_{F_2} + W_{F_1} + W_T \Leftrightarrow \upsilon=\sqrt{\frac{2\left(W_{F_2}+W_{F_1}+W_T\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2(32+76-8)}{2}} \text{ m/s}=$$

$$=\sqrt{108-8} \text{ m/s} \Leftrightarrow \boxed{\upsilon=10 \text{ m/s}}.$$

Γ4. Είναι φανερό ότι το μέτρο της δύναμης F_1 μειώνεται καθώς αυξάνεται η μετατόπιση του σώματος. Άρα κάποια στιγμή η δύναμη $\vec{F}_1$ μηδενίζεται στιγμιαία.

- **Έστω ότι το σώμα μετατοπίζεται κατά x_1 μέχρι τη στιγμή που η $\vec{F}_1$ μηδενίζεται στιγμιαία.**

$$\left.\begin{array}{r} F_1=40-2x \\ \text{Όταν } x=x_1,\text{ τότε } F_1=0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow 0 = 40-2x_1 \Leftrightarrow 2x_1 = 40 \Leftrightarrow x_1 = \frac{40}{2} \text{ m} \Leftrightarrow \boxed{x_1 = 20 \text{ m}}.$$

Αμέσως μετά τον μηδενισμό της, η δύναμη $\vec{F}_1$ αλλάζει φορά και το μέτρο της αυξάνεται καθώς αυξάνεται η μετατόπιση. Άρα θα αυξάνεται και το άθροισμα F_1+T.

Όσο θα ισχύει $F_{2x} > F_1 + T$, το σώμα θα επιταχύνεται και η ταχύτητα του θα αυξάνεται. Κάποια στιγμή θα έχουμε $F_{2x}=F_1+T$. Τότε το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα.

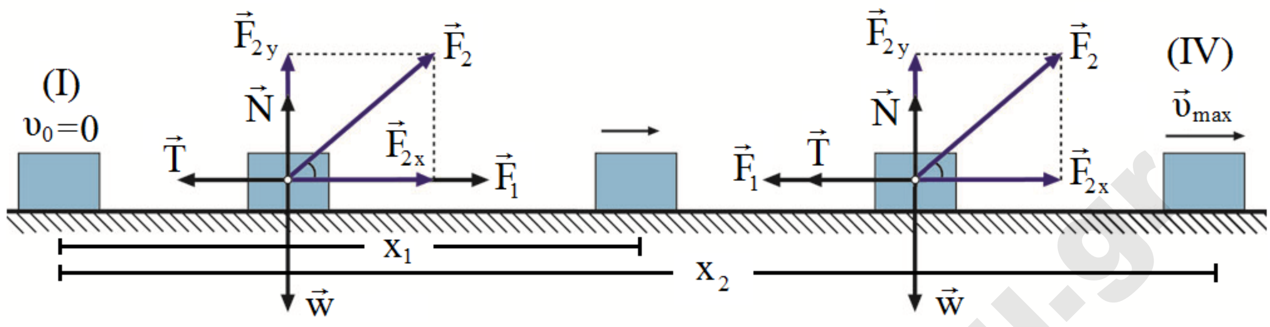
- **Η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη όταν $\boxed{F_{2x}=F_1+T}$, γιατί την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή θα έχουμε $F_{2x}<F_1+T$ οπότε το σώμα θα αρχίσει να επιβραδύνεται.**

$$F_{2x}=F_1+T \Leftrightarrow F_1 = F_{2x} - T=(16-4) \text{ N} \Leftrightarrow \boxed{F_1 = 12 \text{ N}}.$$

Έστω ότι το σώμα μετατοπίζεται κατά x_2 μέχρι τη στιγμή που αποκτά μέγιστη ταχύτητα.

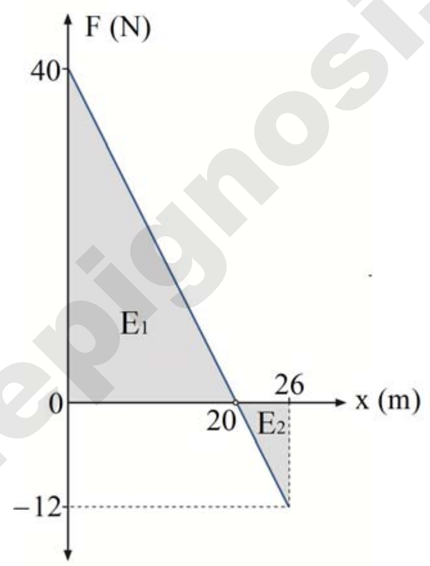
$$\left.\begin{array}{r} F_1=40-2x \\ \text{Όταν } x=x_2,\text{ τότε } F_1=-12\text{ N} \end{array}\right\} \Leftrightarrow -12 = 40-2x_2 \Leftrightarrow 2x_2 = 40+12 \Leftrightarrow x_2 = \frac{52}{2} \text{ m} \Leftrightarrow \boxed{x_2 = 26 \text{ m}}.$$

- **Το σώμα τελικά επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει. Σύμφωνα όμως με τα δεδομένα του προβλήματος εκείνη την στιγμή οι δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ καταργούνται και το σώμα σταματά μόνιμα.**



$$W_{F_2} = F_2 \cdot x_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 20 \cdot 26 \cdot 0{,}8 \text{ J} \Leftrightarrow \boxed{W_{F_2} = 416 \text{ J}}$$

$$W_T = -T \cdot x_2 = -4 \cdot 26 \text{ J} \Leftrightarrow \boxed{W_T = -104 \text{ J}}$$



$$W_{F_1} = E_1 + E_2 = \left(\frac{40 \cdot 20}{2} - \frac{6 \cdot 12}{2}\right) \text{ J} = \left(\frac{800}{2} - \frac{72}{2}\right) \text{ J} = (400 - 36) \text{ J} \Leftrightarrow \boxed{W_{F_1} = 364 \text{ J}}$$

- **Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από την θέση I στη θέση IV.**

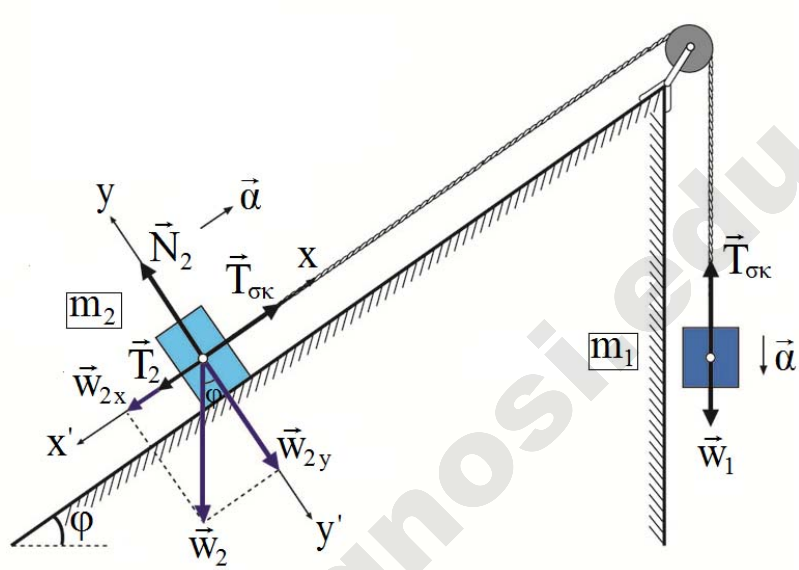
$$\Delta K = W_{o\lambda} \Leftrightarrow K_{(IV)} - K_{(I)} = W_N + W_w + W_{F_2} + W_{F_1} + W_T \Leftrightarrow \frac{1}{2} m \upsilon_{max}^{\ 2} = W_{F_2} + W_{F_1} + W_T \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \upsilon_{max} = \sqrt{\frac{2\left(W_{F_2} + W_{F_1} + W_T\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2(416 + 364 - 104)}{2}} \text{ m/s} = \sqrt{676} \text{ m/s} \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_{max} = 26 \text{ m/s}}.$$

Θέμα Δ

Δ1. Στο σώμα μάζας m_1 ασκούνται το βάρος του $\vec{w}_1$ και η τάση του σκοινιού $\vec{T}_{σκ}$.

Στο σώμα μάζας m_2 ασκούνται το βάρος του $\vec{w}_2$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}_2$, η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_2$ και η τάση του σκοινιού $\vec{T}_{σκ}$.



Τα σώματα μάζας m_1 και m_2 εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Σώμα μάζας m_1 : $ΣF = m_1α \Leftrightarrow w_1 - T_{σκ} = m_1α \Leftrightarrow m_1g - T_{σκ} = m_1α \quad (1)$

Σώμα μάζας m_2.

$$w_{2x} = w_2ημφ = m_2gημ30^0 = 4\cdot 10\cdot \frac{1}{2}\ N \Leftrightarrow \boxed{w_{2x} = 20\ N}$$

$$w_{2y} = w_2συνφ = m_2gσυν30^0 = 4\cdot 10\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\ N \Leftrightarrow \boxed{w_{2y} = 20\sqrt{3}\ N}$$

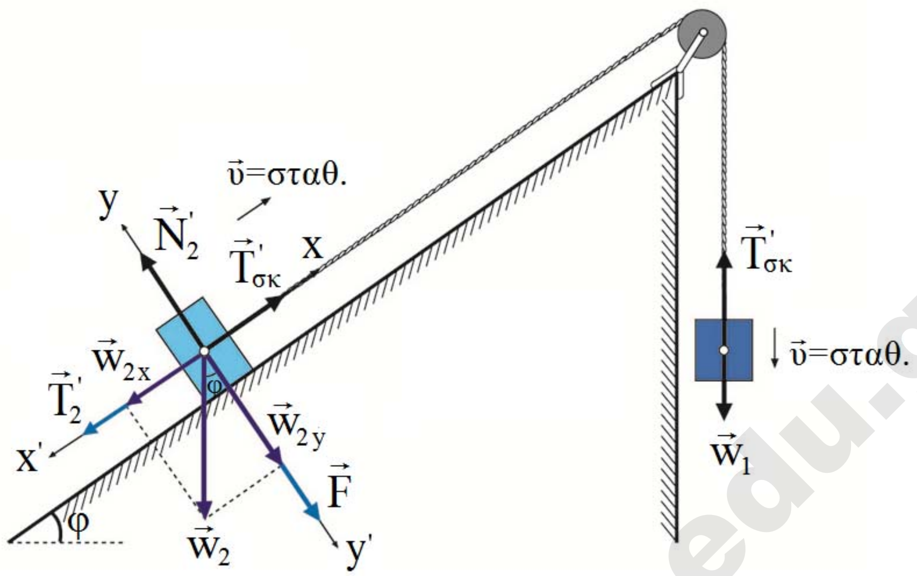
$$ΣF_y = 0 \Leftrightarrow N_2 - w_{2y} = 0 \Leftrightarrow N_2 = w_{2y} \Leftrightarrow \boxed{N_2 = 20\sqrt{3}\ N}.$$

$$T_2 = μN_2 \Leftrightarrow T_2 = \frac{\sqrt{3}}{6}\cdot 20\sqrt{3}\ N \Leftrightarrow \boxed{T_2 = 10\ N}.$$

- $ΣF_x = m_2α \Leftrightarrow T_{σκ} - T_2 - w_{2x} = m_2α \quad (2)$

$$(1)+(2) \Leftrightarrow m_1g - T_{σκ} + T_{σκ} - T_2 - w_{2x} = m_1α + m_2α \Leftrightarrow α = \frac{m_1g - T_2 - w_{2x}}{m_1 + m_2} = \frac{6\cdot 10 - 10 - 20}{6+4}\ \frac{m}{s^2} \Leftrightarrow \boxed{α = 3\ \frac{m}{s^2}}$$

Δ2.



Σώμα μάζας m_1.

- **Το σώμα μάζας m_1 κινείται με σταθερή ταχύτητα. Άρα σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα έχουμε :** $\Sigma F=0 \Leftrightarrow w_1 - T'_{\sigma\kappa} = 0 \Leftrightarrow m_1 g = T'_{\sigma\kappa}$ **(3)**

Σώμα μάζας m_2.

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N_2' - w_{2y} - F = 0 \Leftrightarrow N_2' = w_{2y} + F$ (4).

$T'_2 = \mu N'_2 \overset{(4)}{\Leftrightarrow} T'_2 = \mu\left(w_{2y} + F\right)$ (5).

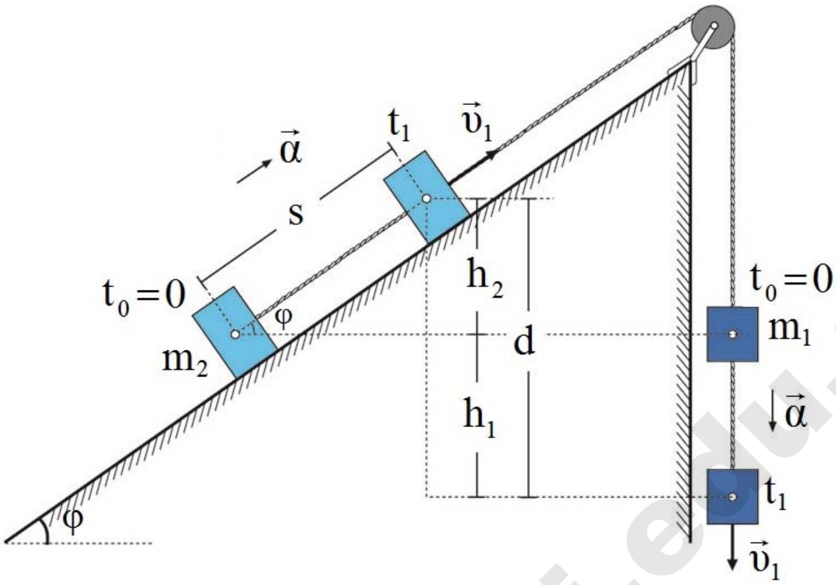
- **Στον άξονα xx' το σώμα μάζας m_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα. Άρα σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα έχουμε :** $\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T'_{\sigma\kappa} - T'_2 - w_{2x} = 0 \Leftrightarrow T'_{\sigma\kappa} = T'_2 + w_{2x} \overset{(5)}{\Leftrightarrow}$

$\Leftrightarrow T'_{\sigma\kappa} = \mu\left(w_{2y} + F\right) + w_{2x}$ **(6)**

$(3) = (6) \Leftrightarrow m_1 g = \mu\left(w_{2y} + F\right) + w_{2x} \Leftrightarrow m_1 g = \mu w_{2y} + \mu F + w_{2x} \Leftrightarrow \mu F = m_1 g - \mu w_{2y} - w_{2x} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow F = \frac{m_1 g - \mu w_{2y} - w_{2x}}{\mu} \Leftrightarrow F = \frac{60 - \frac{\sqrt{3}}{6}\cdot 20\sqrt{3} - 20}{\frac{\sqrt{3}}{6}}\ N = \frac{30}{\frac{\sqrt{3}}{6}}\ N = \frac{180}{\sqrt{3}}\ N \Leftrightarrow \boxed{F = 60\sqrt{3}\ N}.$$

Δ3.



Σώμα μάζας m_1.

$h_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2$ (7)

Σώμα μάζας m_2.

$s=\frac{1}{2}\alpha t_1^2$ (8). Όμως : $\eta\mu\varphi=\frac{h_2}{s} \Leftrightarrow h_2 = s\eta\mu\varphi \overset{(8)}{\Leftrightarrow} h_2 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \cdot \eta\mu\varphi$ (9)

$$h_1 + h_2 = d \overset{(7),(9)}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2}\alpha t_1^2 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \cdot \eta\mu\varphi = d \Leftrightarrow \alpha t_1^2 + \alpha t_1^2 \cdot \eta\mu\varphi = 2d \Leftrightarrow t_1^2\alpha\left(1+\eta\mu\varphi\right) = 2d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2d}{\alpha\left(1+\eta\mu\varphi\right)}} = = \sqrt{\frac{2\cdot 9}{3\left(1+\frac{1}{2}\right)}}\ s = \sqrt{\frac{2\cdot 9}{3\cdot\frac{3}{2}}}\ s=\sqrt{4}\ s \Leftrightarrow \boxed{t_1 = 2\ s}.$$

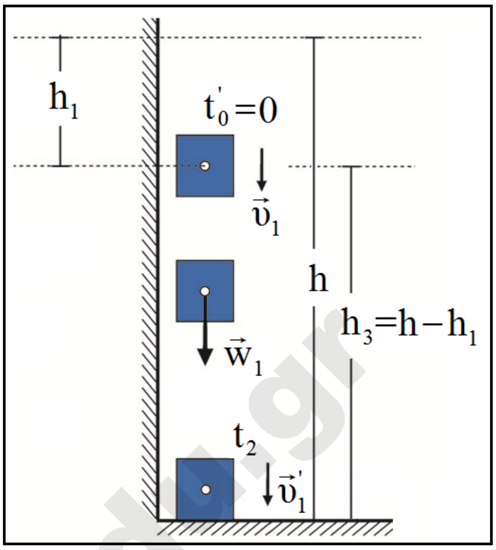
Δ4. Την χρονική στιγμή $t_1 = 2\ s$ το σκοινί κόβεται.

Τότε το κάθε σώμα έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = \alpha t_1 = 3\cdot 2\ m/s \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_1 = 6\ m/s}$.

Σώμα μάζας m_1.

Το σώμα κατεβαίνει μόνο υπό την επίδραση του βάρους. **Άρα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση g.**

(Θεωρούμε ως νέα αρχή μέτρησης του χρόνου ($t_0^{'}=0$) και για τα δύο σώματα την χρονική στιγμή αμέσως μετά το κόψιμο του σκοινιού).



Έστω t_2 η χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος έχοντας διανύσει απόσταση $h_3=h-h_1$.

$$(7)\Leftrightarrow h_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2^2\ \text{m}\Leftrightarrow \boxed{h_1=6\ \text{m}}.$$

$$\text{Άρα}:\ h_3=(38-6)\ \text{m}\Leftrightarrow \boxed{h_3=32\ \text{m}}.$$

$$h_3=\upsilon_1 t_2+\frac{1}{2}gt_2^2\Leftrightarrow 32=6t_2+\frac{1}{2}\cdot 10t_2^2\Leftrightarrow 5t_2^2+6t_2-32=0$$

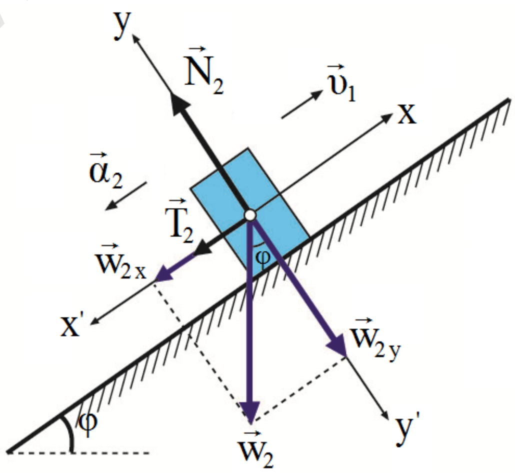
$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=36-4\cdot 5\cdot(-32)=36+640=676$$

$$t_2=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-6\pm\sqrt{676}}{10}=\frac{-6\pm 26}{10}$$

$$t_2=\frac{-6+26}{10}\ \text{s ή}\ t_2=\frac{-6-26}{10}\ \text{s}\Leftrightarrow t_2=2\ \text{s ή}\ t_2=-3{,}2\ \text{s Απορ.}\Leftrightarrow \boxed{t_2=2\ \text{s}}.$$

Σώμα μάζας m_2.

Το σώμα μετά το κόψιμο του σκοινιού ανεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Έστω α_2 η επιβράδυνση του σώματος.



- $\Sigma F_x=m_2\alpha_2\Leftrightarrow T_2+w_{2x}=m_2\alpha_2\Leftrightarrow \alpha_2=\dfrac{T_2+w_{2x}}{m_2}=\dfrac{10+20}{4}\ \text{m/s}^2\Leftrightarrow \boxed{\alpha_2=7{,}5\ \text{m/s}^2}.$

Το σώμα μάζας m₂, την χρονική στιγμή t_2 που το σώμα μάζας m₁ φτάνει στο έδαφος, θα έχει ταχύτητα : $\upsilon=\upsilon_1-\alpha_2 t_2=(6-7,5\cdot 2)\ m/s \Leftrightarrow \upsilon=-9\ m/s<0$.

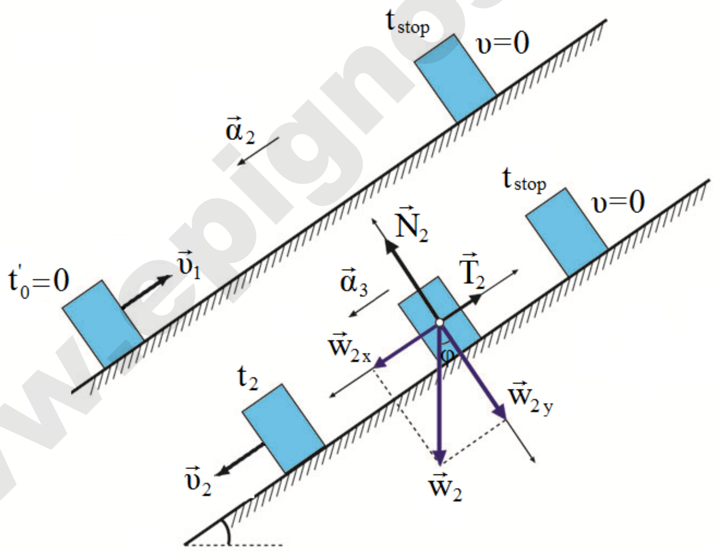
Επειδή υ<0, συμπεραίνουμε ότι η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 μηδενίζεται νωρίτερα από την χρονική στιγμή t_2.

Αρχικά εξετάζουμε αν το σώμα μάζας m_2 έχει την δυνατότητα να κατέβει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μετά τον μηδενισμό της ταχύτητας του.

- **Έχουμε :** $T_{op}=T_2=10\ N$. **Άρα :** $\boxed{w_{2x}>T_{op}}$. **Άρα το σώμα κατεβαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_3$.**

- Έστω t_{stop} η χρονική στιγμή στην οποία μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2.

$$\left.\begin{array}{r}\upsilon=\upsilon_1-\alpha_2 t\\ \text{Την } t=t_{stop}:\ \upsilon=0\end{array}\right\}\Leftrightarrow 0=\upsilon_1-\alpha_2 t_{stop}\Leftrightarrow t_{stop}=\frac{\upsilon_1}{\alpha_2}=\frac{6}{7,5}\ s\Leftrightarrow \boxed{t_{stop}=0,8\ s}.$$



$$\Sigma F_x=m_2\alpha_3 \Leftrightarrow w_{2x}-T_2=m_2\alpha_3 \Leftrightarrow \alpha_3=\frac{w_{2x}-T_2}{m_2}=\frac{20-10}{4}\ m/s^2 \Leftrightarrow \boxed{\alpha_2=2,5\ \ m/s^2}.$$

Το σώμα m_2, μέχρι το σώμα m_1 να φτάσει στο έδαφος, κατεβαίνει για χρόνο $t_3=t_2-t_{stop}\Leftrightarrow$

$t_3=(2-0,8)\ s \Leftrightarrow \boxed{t_3=1,2\ s}$

- **Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2, την χρονική στιγμή t_2 που το σώμα μάζας m_1 φτάνει στο έδαφος, είναι:** $\upsilon_2=\alpha_3 t_3=2,5\cdot 1,2\ s \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_2=3\ m/s}$ **(το σώμα m_2 κατεβαίνει).**